



单调队列

河南省实验中学  
信息技术组

单调队列

例题

最大子序和  
滑动窗口

练习

# 单调队列

河南省实验中学信息技术组

2026年02月03日



# 单调队列

## 单调队列

河南省实验中学  
信息技术组

## 单调队列

### 例题

最大子序和  
滑动窗口

### 练习

- 单调队列：队列内的元素从对头到队尾单调递增 (递减) 的队列，队头元素始终是最小 (最大的元素)。
- 入队：当元素  $x$  入队时，为了保证单调性，需要将队尾所有大于 (小于) $x$  的元素出队，最后让  $x$  入队。
- 例如，单调递增队列  $1, 3, 5, 7$ ，需要插入元素  $4$  时，需要让  $7$  和  $5$  出队，然后让  $4$  入队，队列变为  $1, 3, 4$ 。
- 单调队列的应用：在决策集合 (队列) 中及时排除一定不是最优解的选择。



## 【例】最大子序和

单调队列

河南省实验中学  
信息技术组

单调队列

例题

最大子序和  
滑动窗口

练习

### 【题目描述】

给定一个长度为  $n$  的整数序列  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，从中找出一段长度不超过  $m$  的连续子序列，使得子序列中所有数字的和最大。

### 【输入格式】

第一行两个整数  $n, m (n, m \leq 3 \times 10^5)$ 。

第二行  $n$  个整数，表示整数序列 (保证  $-32768 \leq a_i \leq 32767$ )。

### 【输出格式】

一行一个整数，表示最大的子序列和。

### 【样例输入】

```
6 4
1 -3 5 1 -2 3
```

### 【样例输出】

```
7
```



## 【例】最大子序和

- 定义  $s_i$  为前缀和，那么问题转化为：找出两个位置  $j, i$ ，使得  $s_i - s_j$  的值最大且  $i - j \leq m$ 。
- 首先枚举右端点  $i$ ，那么当  $i$  固定时，问题就变为：找到一个左端点  $j$ ， $i - j \leq m$  且  $s_j$  最小。
- 假设此时有一个为  $k$  满足  $k < j < i$  且  $s_k \geq s_j$ ，那么对于所有大于等于  $i$  的右端点  $k$  永远不会成为最优选择。因为  $s_k$  不小于  $s_j$ ，而且  $k$  离  $i$  更远导致长度极有可能超过  $m$ ，于是当位置  $j$  出现后， $k$  就绝对不可能是答案。
- 所以对于  $i$  来说，它的最优选择的  $j$  的集合一定是一个“下标位置递增、对应前缀和也递增的”序列。

单调队列

河南省实验中学  
信息技术组

单调队列

例题

最大子序和  
滑动窗口

练习



## 【例】最大子序和

单调队列

河南省实验中学  
信息技术组

单调队列

例题

最大子序和  
滑动窗口

练习

- 定义一个单调队列来保存位置，然后枚举右端点  $i$ ，做如下操作：
  - ① 只要当前队头的元素  $j$ ，出现  $i - j > m$  (区间长度超过  $m$ )，就让队头出队；
  - ② 所有非法的下标出队后，对头的元素  $j$  就是最优选择。
  - ③ 只要队尾的元素  $x$ ，出现  $s_x \geq s_i$ ，就让队尾出队，然后将  $i$  入队。

```
1 int l = 1, r = 1;
2 q[1] = 0; // 注意位置 0 开始时也是合法的
3 for(int i = 1; i <= n; ++i)
4 {
5     while(l <= r && i - q[l] > m) ++l;
6     ans = max(ans, s[i] - s[q[l]]);
7     while(l <= r && s[i] <= s[q[r]]) --r;
8     q[++r] = i;
9 }
```

- 每个下标至多入队一次、出队一次，时间复杂度为  $O(N)$ 。



## 【例】滑动窗口

单调队列

河南省实验中学  
信息技术组

单调队列

例题

最大子序和  
滑动窗口

练习

### 【题目描述】

给你一个长度为  $n$  的数组，一个长为  $k$  的滑动的窗体从最左移至最右端，你只能见到窗口的  $k$  个数，每次窗体向右移动一位，你的任务是找出窗口在各个位置时的最小值和最大值。

窗口	最小值	最大值
$[1\ 3\ -1]\ -3\ 5\ 3\ 6\ 7$	-1	3
$1\ [3\ -1\ -3]\ 5\ 3\ 6\ 7$	-3	3
$1\ 3\ [-1\ -3\ 5]\ 3\ 6\ 7$	-3	5
$1\ 3\ -1\ [-3\ 5\ 3]\ 6\ 7$	-3	5
$1\ 3\ -1\ -3\ [5\ 3\ 6]\ 7$	3	6
$1\ 3\ -1\ -3\ 5\ [3\ 6\ 7]$	3	7



## 【例】滑动窗口

单调队列

河南省实验中学  
信息技术组

单调队列

例题

最大子序和  
滑动窗口

练习

### 【输入格式】

第一行两个整数  $n, k (1 \leq k \leq n \leq 10^6)$ 。

第二行  $n$  个整数，表示整数数组。

### 【输出格式】

第一行若干个用空格隔开的数，表示窗口在每一个位置的最小值。

第二行若干个用空格隔开的数，表示窗口在每一个位置的最大值。

### 【样例输入】

```
8 3
1 3 -1 -3 5 3 6 7
```

### 【样例输出】

```
-1 -3 -3 -3 3 3
3 3 5 5 6 7
```



## 【例】滑动窗口

单调队列

河南省实验中学  
信息技术组

单调队列

例题

最大子序和  
滑动窗口

练习

- 我们以最小值计算为例，最大值相同。
- 考虑窗口的右端点  $i$ ，如果有两个位置  $k < j < i$  且  $a_k \geq a_j$ ，那么  $a_k$  一定不会当前窗口的最小值有贡献。
- 因为  $a_k \geq a_j$  而且  $k$  离  $i$  更远可能导致  $k$  不在以  $i$  为右端点的窗口中，所以当枚举  $j$  时， $k$  绝对不可能对后续答案有任何贡献。
- 所以当求解以  $i$  为右端点的窗口最小值时，答案只可能是  $\min(a_i, a_j)$  值最小且在窗口内的元素)，也就是始终保存  $a_j$  值更小且更靠右的位置。



## 【例】滑动窗口

单调队列

河南省实验中学  
信息技术组

单调队列

例题

最大子序和  
滑动窗口

练习

- 定义一个单调队列来保存位置，然后枚举右端点  $i$ ，做如下操作：
  - ① 只要当前队头的元素  $j$ ，出现  $i - j + 1 > k$  (窗口长度超过  $k$ )，就让队头出队；
  - ② 当前以  $i$  为右端点的窗口的最小值为  $a[i]$  和队头元素的最小值。
  - ③ 只要队尾的元素  $x$ ，出现  $a[i] \leq a[x]$ ，就让队尾出队，然后将  $i$  入队。

```
1 int l = 1, r = 1;
2 q[1] = 1;
3 for(int i = 2; i <= n; ++i)
4 {
5     while(l <= r && i - q[l] + 1 > k) ++l;
6     minv[i] = min(a[i], a[q[l]]);
7     while(l <= r && a[i] <= a[q[r]]) --r;
8     q[++r] = i;
9 }
```

- 时间复杂度： $O(N)$ 。



# 练习

单调队列

河南省实验中学  
信息技术组

单调队列

例题

最大子序和  
滑动窗口

练习

- 最大子序和 (COGS 3458)
- 滑动窗口 (COGS 495)
- 理想的正方形 [HAOI 2007](COGS 308)
- 切蛋糕 (COGS 3295)
- 琪露诺 (COGS 920)